# Упражнение 5

# Линейна оптимизация в Excel с модула Solver

# Цели:

• Да се представят възможностите за оптимизиране на икономическите процеси с MS Excel;

• Да се опознаят възможностите на интрумента Solver;

• Да се разбират данните в отчетите след линейна оптимизация.

**Ключови думи:** линейна оптимизация; целева клетка; Solver; първоначални и оптимизирани стойности; Answer Report.



**Ресурси:** За реализация на настоящото упражнение е нужно наличие на РС с инсталиран програмен продукт Excel и надеждна и сравнително бърза връзка с Интернет.

## Въведение

Някои от икономическите задачи във фирмите, за които се създават таблици с помощта на MS Excel, могат да се разглеждат като задачи на линейното програмиране и могат да бъдат оптимизирани с функцията Solver. Изградените таблици представляват примерно първоначално решение на задачата, което обаче може и да не е оптимално. Посочва се величината, която трябва да бъде оптимизирана, т.е. максимизирана (например, размерът на нетната печалба) или минимизирана (например, себестойността на вид продукция, транспортни разходи и др.) - по този начин се задава целевата функция на линейната задача. Таблицата съдържа условията и зависимостите на задачата, формулирани във вид на линейни съотношения.

Допълнителни ограничения могат да се задават чрез менюто на функция Solver. На оптимизиране подлежат зададените в таблицата първични показатели - например, количества на видовете продукция, включени в производствената програма, площи на селскостопански култури, видове технологии, структура на стоковия оборот, суровини и др.



## Задача 1

Да се определи структурата на засетите площи в земеделска кооперация, така че да се осигури максимален размер на нетната печалба. Първоначален вариант на



разпределението на видовете селскостопански култури и засетите количества е даден на Фигура 1. Посочена е и печалбата в хиляди лева на декар засята площ от отделните култури. Изчислен е и общият размер на печалбата при текущото разпределение на площите.

	А	В	С	D	
1	Култури	Печалба от дка	Площ	Обща печалба	
2	Пшеница	80,56	3500	281960	
3	Ечемик	73,89	300	22167	
4	Царевица	113,90	3000	341700	
5	Слънчоглед	88,65	500	44325	
6	Соя	67,00	0	0	
7	Захарно цвекло	210,80	1500	316200	
8	Люцерна	144,50	800	115600	
9			Общо:	1121952	
10					

#### Фиг. 1 Първоначално зададени стойности

Във фигура 2 са зададени някои допълнителни ограничения: 1) Посочени са разходите за един декар от всяка култура; 2) Пресметнати са разходите при текущото засяване на площите в кооперацията; 3) В клетки D21 и E21 са посочени съответно максималните разходи, които кооерацията може да си позволи при Фиг. 1 засяването на културите (7 млн. лв.) и максималната налична площ от 15000 декара.

	A	В	С	D	E	
10						
11		Разходи за 1 дка	Площ	Всичко разходи	Площ	
12	Пшеница	423,5	1	=B12*E12	=C2	
13	Ечемик	400,7	1	=B13*E13	=C3	
14	Царевица	506,55	1	=B14*E14	=C4	
15	Слънчоглед	304,89	1	=B15*E15	=C5	
16	Соя	287,78	1	=B16*E16	=C6	
17	Захарно цвекло	689,98	1	=B17*E17	=C7	
18	Люцерна	567,53	1	=B18*E18	=C8	
19			Общо:	=SUM(D12:D18)	=SUM(E12:E18)	
20						
21			Максимум	7000000	15000	
22						

Фиг.2. Допълнителни пояснения и ограничителни стойности

Поради естеството на продажбите на продуктите, съществуват и ограничения за минимално необходимите засети количества за някои от културите. Минимално засетите площи от пшеница, царевица, ечемик са съответно 3500, 300 и 3000 декара. Посевите от слънчоглед трябва да бъдат минимум 500, но не повече от 950 декара. Площите на захарното цвекло трябва да са между 1500 и 2500 дка., а тези на люцерната – между 800 и 1600 декара. За соята не са установени подобни ограничения.

#### Указания за изпълнение:

Преди да използваме модула Solver, е нужно да проверим дали той е активиран. Ако в меню Data липсва модула Solver той се активира от File →



Add-Ins Trust Center	Eustom XML Dat Euro Currency To Financial Symbol Headers and Foo Hidden Rows an Hidden Workshe Invisible Content Microsoft Action Solver Add-in Document Relativ No Document Re	a iols (XML) oters d Columns eets t s Pane 3 ed Add-ins Hated Add-ins Hated Add-ins	Chailt Chailt Chailt Chailt Chailt Chailt Chailt Chailt	Add-Ins Add-Ins available: Analysis ToolPak Analysis ToolPak - VBA Euro Currency Tools	Cancel Browse Automation
	Add-in: Publisher: Compatibility: Location: Description: Mgnage:	Analysis ToolPak Microsoft Corporation No compatibility information ava C:\Program Files\Microsoft Office Provides data analysis tools for st	ilable NOffice tatistic	Solver Add-in Tool for optimization a Фиг. 3 б) Вкл отметка за ак Solv	nd equation solving 1ЮЧВАНЕ НА ТИВИРАНЕ НА /er

Фиг. 3 а) Стъпки за активиране на Solver

#### У5 – Линейна оптимизация в Excel с модула Solver

ver Parameters					
Set Objective:	MinValue Of:	0		]	Клетака, съдържаща целта (целев клетка)
By Changing Variable Cells:			(F.)		
Sybject to the Constraints:			<u>A</u> dd	,	<ul> <li>Клетки,</li> <li>подлежащи н</li> <li>промяна, за д</li> <li>се намери</li> <li>оптимален</li> <li>резултат</li> </ul>
			Delete		Задаване на
		~	Reset All		ограничения
Make Unconstrained Variabl	es Non-Negative				🔪 Избор за
Select a Solving Method:	GRG Nonlinear	~	Options		неотрицатели стойности
Solving Method					
Select the GRG Nonlinear engin engine for linear Solver Proble non-smooth.	ne for Solver Problems that ar ns, and select the Evolutiona	e smooth nonlinear ry engine for Solve	r. Select the LP Simplex r problems that are		Задаване на допълнителн настройки
Help	(	Solve	Close		

Фиг. 4 Навигация за действията в работен екран Solver Parameters, появяващ се след кликване върху 洛 Solver

Въведете координатите на клетката, която съдържа печалбата (целевата функция) – това е клетка D9 (целева клетка) с абсолютен адрес \$D\$9. Укажете, че търсите максимална стойност на целевата функция – 💿 мах. Посочете променливите величини в задачата - това са площите от отделните селскостопански култури, които подлежат на изменение - намират се в диапазона от клетки с абсолютни адреси - \$C\$2:\$C\$8. Прозорецът на инструмента Solver към този момент трябва да изглежда както е показано на фиг. 5.

#### У5 – Линейна оптимизация в Excel с модула Solver

ver Paramet	ers				
Set Objective		4D49			
50 <u>0</u> 05,000,00	•	<b>PCP3</b>			
To: 💿	<u>M</u> ax	🔘 Mi <u>n</u>	O ⊻alue Of:	0	
By Changing <sup>y</sup>	/ariable Cells	:			
\$C\$2:\$C\$8					<b>E</b>
Subject to the	e Constraints	:			
					Add
					Change
					Delete
					Reset All
				~	Load/Save
Make Unc	onstrained Va	ariables Non-N	legative		
S <u>e</u> lect a Solvir	ng Method:	GR	G Nonlinear	~	Options
Solving Meth	nod				
Select the G engine for lir non-smooth	RG Nonlinear near Solver P	engine for So roblems, and s	lver Problems that a select the Evolutiona	re smooth nonlinear. ary engine for Solver	. Select the LP Simplex problems that are
Help			(	Solve	Cl <u>o</u> se

Фиг. 5 Изглед на работен прозорец Solver Parameters с посочена целева клетка и избран диапазон за промяна

Следващата стъпка е добавянето на ограничителните условия по отношение на площите и разходите. Това става с помощта на бутоните Add (Добавяне), Change (Промяна) и Delete (Изтриване). При избор на функцията Add се показва следния диалогов прозорец (фиг. 6):

Add Constraint		
C <u>el</u> l Reference:	Co <u>n</u> strain	t:
<u><u>o</u>k</u>	Add	<u>C</u> ancel

Фиг. 6 Диалогов прозорец за въвеждане на ограничителни условия Първото ограничение за площта на пшеницата ще има следния вид (фиг.

7).

У5 – Линейна оптимизация в Excel с модула Solver

Add Constraint		×
C <u>e</u> ll Reference: \$C\$2	Constrain	ıt:
<u>o</u> k	Add	

Фиг. 7 Ограничително условие за площта на пшеницата

Последователно с бутона Add трябва да се добавят и ограниченията за останалите площи и разходите, без да се затваря основния прозорец на Solver. След добавяне на всички ограничителни условия, прозорецът на Solver ще изглежда по следния начин (фиг. 8).

se <u>r</u> objective:	\$D\$9			
Го: <u>о М</u> ах	O Mi <u>n</u>	<u>○ V</u> alue Of:	0	
}y Changing Variable Ce	lls:			
\$C\$2:\$C\$8				E
jubject to the Constrain	ts:			
\$C\$2 >= 3500 \$C\$3 >= 300				<u>A</u> dd
\$C\$4 >= 3000 \$C\$5 <= 950				Change
;C\$5 >= 500 ;C\$6 >= 0				
\$C\$7 <= 2500				<u>D</u> elete
\$C\$8 >= 800				
\$D\$19 <= \$D\$21 \$E\$19 <= \$E\$21				<u>R</u> eset All
			~	Load/Save
Make Unconstrained	Variables Non-I	Negative		
i <u>e</u> lect a Solving Method:	GF	RG Nonlinear	~	Options
Coluina Makhad				
Soloct the CDC Marline	or opaino for 5	oluor Drobloms that	we enceth poplicear	Soloct the LD Simpley
engine for linear Solver non-smooth.	Problems, and	select the Evolution	ary engine for Solver	problems that are

Фиг. 8 Изглед на работен прозорец Solver Parameters с посочена целева клетка, избран диапазон за промяна и добавени ограничителни условия

Допълнителни параметри на решението могат да бъдат указани чрез бутона Options (Опции) (фиг. 9 а, б, в), който предлага следните възможности: могат да бъдат указани максималното време за решаване на задачите, максималния брой на итерациите (възможните алтернативи на решението), точността на резултатите. Съществува възможност за запазване и бъдещо използване на дефинираните опции на модела. След като зададете всички

желани допълнителни оп	ции кликнете върху	
Options	Options	Options
Options         All Methods       GRG Nonlinear       Evolutionary         Constraint Precision:       0,000001         Use Automatic Scaling         Show Iteration Results         Solving with Integer Constraints         Ignore Integer Constraints         Integer Optimality (%):         Solving Limits         Max Time (Seconds):         100         Iterations:         100         Evolutionary and Integer Constraints:         Max Subproblems:         Max Feasible Solutions:	Options         All Methods       GRG Nonlinear       Evolutionary         Convergence:       0,0001         Derivatives       O       Central         Multistart       O       Central         Multistart       100       Random Seed:       0         Require Bounds on Variables       O       Variables	Options         All Methods       GRG Nonlinear       Evolutionary         Convergence:       0,0001         Mutation Rate:       0,075         Population Size:       100         Random Seed:       0         Maximum Time without improvement:       30         Require Bounds on Variables
<u></u> <u>Q</u> K <u></u> _ar	<u></u> <u>OK</u>	<u><u>o</u>k <u>c</u>a</u>

Фиг. 9 а)

Решаването на задачата става чрез бутона натискане на <u>S</u>olve в основния прозорец (фиг. 8), след това се предлага допълнително меню за определяне на мястото за извеждане на решението и видовете справки, които го съпровождат.

Маркирайте всички допълнителни справки. По подразбиране новите стойности на

Фиг. 9 а)

Фиг. 9 а)

olver Results	<u>×</u>
Solver found a solution. All Constraints and optima conditions are satisfied	lity Reports
	Answer Sensitivity Limits
O <u>R</u> estore Original Values	
Return to Solver Parameters Dialog	☐ O <u>u</u> tline Reports
<u>O</u> K <u>C</u> ancel	<u>S</u> ave Scenario
Solver found a solution. All Constraints and optimali satisfied.	ty conditions are
When the GRG engine is used, Solver has found at le solution. When Simplex LP is used, this means Solve optimal solution.	east a local optimal r has found a global

Фиг. 10 Финален диалогов прозорец на Solver

променливите заместват първоначално зададените в таблицата. Решението на примерната задача е получено в таблиците - заместени са първоначално зададените количества декари за отделните селскостопански култури с определените съгласно оптималното решение.

	А	В	С	D	E
1	Култури	Печалба от дка	Площ	Обща печалба	
2	Пшеница	80,56	3500	281960	
3	Ечемик	73,89	300	22167	
4	Царевица	113,90	3000	341700	
5	Слънчоглед	88,65	950	84217,5	
6	Соя	67,00	0,00	0,00	
7	Захарно цвекло	210,80	2500	527000	
8	Люцерна	144,50	3283,164767	474417,3088	
9			Общо:	1731461,809	
10					
11		Разходи за 1 дка	Площ	Всичко разходи	Площ
11 12	Пшеница	Разходи за 1 дка 423,5	Площ 1	Всичко разходи 1482250	Площ 3500
11 12 13	Пшеница Ечемик	Разходи за 1 дка 423,5 400,7	Площ 1 1	Всичко разходи 1482250 120210	Площ 3500 300
11 12 13 14	Пшеница Ечемик Царевица	Разходи за 1 дка 423,5 400,7 506,55	Площ 1 1 1	Всичко разходи 1482250 120210 1519650	Площ 3500 300 3000
11 12 13 14 15	Пшеница Ечемик Царевица Слънчоглед	Разходи за 1 дка 423,5 400,7 506,55 304,89	Площ 1 1 1 1	Всичко разходи 1482250 120210 1519650 289645,5	Площ 3500 300 3000 950
11 12 13 14 15 16	Пшеница Ечемик Царевица Слънчоглед Соя	Разходи за 1 дка 423,5 400,7 506,55 304,89 287,78	Площ 1 1 1 1 1 1	Всичко разходи 1482250 120210 1519650 289645,5 0,00	Площ 3500 3000 3000 950 0,00
11 12 13 14 15 16 17	Пшеница Ечемик Царевица Слънчоглед Соя Захарно цвекло	Разходи за 1 дка 423,5 400,7 506,55 304,89 287,78 689,98	Площ 1 1 1 1 1 1 1 1	Всичко разходи 1482250 120210 1519650 289645,5 0,00 1724950	Площ 3500 3000 950 0,00 2500
11 12 13 14 15 16 17 18	Пшеница Ечемик Царевица Слънчоглед Соя Захарно цвекло Люцерна	Разходи за 1 дка 423,5 400,7 506,55 304,89 287,78 689,98 567,53	Площ 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	Всичко разходи 1482250 120210 1519650 289645,5 0,00 1724950 1863294,5	Площ 3500 3000 950 0,00 2500 3283,165
11 12 13 14 15 16 17 18 19	Пшеница Ечемик Царевица Слънчоглед Соя Захарно цвекло Люцерна	Разходи за 1 дка 423,5 400,7 506,55 304,89 287,78 689,98 567,53	Площ 1 1 1 1 1 1 1 1 0 <b>Бщо:</b>	Всичко разходи 1482250 120210 1519650 289645,5 0,00 1724950 1863294,5 <b>7000000</b>	Площ 3500 3000 950 0,00 2500 3283,165 <b>13533,16</b>
11 12 13 14 15 16 17 18 19 20	Пшеница Ечемик Царевица Слънчоглед Соя Захарно цвекло Люцерна	Разходи за 1 дка 423,5 400,7 506,55 304,89 287,78 689,98 567,53	Площ 1 1 1 1 1 1 1 1 06що:	Всичко разходи 1482250 120210 1519650 289645,5 0,00 1724950 1863294,5 <b>7000000</b>	Площ 3500 3000 950 0,00 2500 3283,165 <b>13533,16</b>

#### Фиг. 11 Резултат след оптимизацията

Първата справка към решението – "Answer Report" (отчет отговор) дава информация за първоначалната стойност на клетката, която изразява целевата функция (Original Value), както и получената оптимална стойност. Указани са и оригиналните стойности и оптималното разпределение (фиг. 12).

Objectiv	e Cell (Max)			
Cell	Name	<b>Original Value</b>	<b>Final Value</b>	
\$D\$9	Общо: Обща печалба	1121952	1731461,809	
Variable	Cells			
Cell	Name	<b>Original Value</b>	<b>Final Value</b>	Integer
Cell \$C\$2	Name Пшеница Площ	Original Value 3500	Final Value 3500	Integer Contin
Cell \$C\$2 \$C\$3	<b>Name</b> Пшеница Площ Ечемик Площ	Original Value 3500 300	Final Value 3500 300	Integer Contin Contin
Cell           \$C\$2           \$C\$3           \$C\$4	Name           Пшеница Площ           Ечемик Площ           Царевица Площ	Original Value 3500 300 3000	Final Value 3500 300 3000	Integer Contin Contin Contin
Cell           \$C\$2           \$C\$3           \$C\$4           \$C\$5	Name           Пшеница Площ           Ечемик Площ           Царевица Площ           Слънчоглед Площ	Original Value 3500 300 3000 500	Final Value 3500 3000 3000 950	Integer Contin Contin Contin Contin
Cell           \$C\$2           \$C\$3           \$C\$4           \$C\$5           \$C\$6	Name           Пшеница Площ           Ечемик Площ           Царевица Площ           Слънчоглед Площ           Соя Площ	Original Value 3500 3000 3000 500 0	Final Value 3500 3000 950 1,42109E-14	Integer Contin Contin Contin Contin Contin
Cell           \$C\$2           \$C\$3           \$C\$4           \$C\$5           \$C\$6           \$C\$7	Name           Пшеница Площ           Ечемик Площ           Царевица Площ           Слънчоглед Площ           Соя Площ           Захарно цвекло Площ	Original Value 3500 3000 3000 500 0 1500	Final Value 3500 3000 3000 950 1,42109E-14 2500	Integer Contin Contin Contin Contin Contin

\$C\$8	Люцерна Площ	800	3283,164767	Contin			
Constraints							
Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack		
\$D\$19	Общо: Всичко разходи	700000	\$D\$19<=\$D\$21	Binding	0		
\$E\$19	Общо: Площ	13533,16477	\$E\$19<=\$E\$21	Not Binding	1466,835233		
\$C\$2	Пшеница Площ	3500	\$C\$2>=3500	Binding	0		
\$C\$3	Ечемик Площ	300	\$C\$3>=300	Binding	0		
\$C\$4	Царевица Площ	3000	\$C\$4>=3000	Binding	0		
\$C\$5	Слънчоглед Площ	950	\$C\$5<=950	Binding	0		
\$C\$5	Слънчоглед Площ	950	\$C\$5>=500	Not Binding	450		
\$C\$6	Соя Площ	1,42109E-14	\$C\$6>=0	Binding	0		
\$C\$7	Захарно цвекло Площ	2500	\$C\$7<=2500	Binding	0		
\$C\$7	Захарно цвекло Площ	2500	\$C\$7>=1500	Not Binding	1000		
\$C\$8	Люцерна Площ	3283,164767	\$C\$8>=800	Not Binding	2483,164767		

Фиг. 12 Изглед на справка "Answer Report"

Другата справка към оптималното решение "Limits report" (отчет за границите) дава стойността на целевата функция, когато всяка отделна променлива има първоначално зададената си стойност, а всички останали имат стойността от решението. Например, ако захарното цвекло е на посочената долна граница 1500 дка, стойността на целевата функция щеше да бъде 1520661, а не 1709743 (фиг. 13).

	Objective					
Cell	Name	Value				
\$D\$9	Общо: Обща печалба	1731461,809				
	Variable		Lower	Objective	Upper	Objective
Cell	Name	Value	Limit	Result	Limit	Result
\$C\$2	Пшеница Площ	3500	3500	1731461,809	3500	1731461,809
\$C\$3	Ечемик Площ	300	300	1731461,809	300	1731461,809
\$C\$4	Царевица Площ	3000	3000	1731461,809	3000	1731461,809
\$C\$5	Слънчоглед Площ	950	500	1691569,309	950	1731461,809
			1,42109E-			
\$C\$6	Соя Площ	1,42109E-14	14	1731461,809	1,42109E-14	1731461,809
\$C\$7	Захарно цвекло Площ	2500	1500	1520661,809	2500	1731461,809
\$C\$8	Люцерна Площ	3283,164767	800	1372644,5	3283,164767	1731461,809

Фиг. 13 Изглед на справка "Limits Report"



Задача 2 – самостоятелна работа Вашата компания произвежда битова електроника използвайки определени материални ресурси, с които разполагате в ограничени количества. Трябва да решите какво количество да произведете от всеки от продуктите, така че да се постигне максимална печалба.

Печалбата от Продукт 1 е 75 лв., от Продукт 2 – 50 лв. и от Продукт 3 – 35 лв. Таблицата показва наличните към момента материални ресурси (които не могат да бъдат надхвърляни), както и количествата от тях вложени във всеки един от продуктите.

	A	В	С	D	E	F
1				Продукт 1	Продукт 2	Продукт З
2			Производство:	100	100	100
3						
4	Материали	Запас	Изразходени	Продукт 1	Продукт 2	Продукт З
5	Материал 1	450	200	1	1	0
6	Материал 2	250	100	1	0	0
7	Материал З	800	500	2	2	1
8	Материал 4	450	200	1	1	0
9	Материал 5	600	400	2	1	1
10						
11				Печалба		
12			По продукти	7500	5000	3500
13			Общо:	16000		
1.4						

Показаните в червено стойности съдържат формули!

Фиг. 14 Първоначални и ограничителни стойности на Задача 2

# ?

## Задача 3 – самостоятелна работа

Намерете минималните разходи, с които може да транспортирате производствените стоки ОТ центрове до дистрибуторите, като внимавате превишавате да не произведените количества във всяко едно от предприятията и да удовлетворите търсенето при всеки един от дистрибуторите. Показаните в червено стойности съдържат формули!

· · · ·									
	A	В	С	D	E	F	G		
1			Брой на изпратените стоки от предприятие Х до дистрибутор Ү						
2	Предприятия	Изпратени	Благоевград	Пловдив	Ст. Загора	Хасково	Плевен		
3	Pyce	5	1	1	1	1	1		
4	Бургас	5	1	1	1	1	1		
5	София	5	1	1	1	1	1		
6									
7	Общо:		3	3	3	3	3		
8									
9		Търсене	180	80	200	160	220		
10									
11	Предприятия	Производство	) Разходи за изпращане на 1 брой от предприятие X до дистрибутор Y						
12	Pyce	310	10	8	6	5	4		
13	Бургас	260	6	5	4	3	6		
14	София	280	3	4	5	5	9		
15									
16	Разходи	83	19	17	15	13	19		

Фиг. 15 Първоначални и ограничителни стойности на Задача 3